

Prova de Ingresso Específica

de acordo com os artigos 8.º e 11.º do Decreto-Lei n.º 113/2014 de 16 de julho.

Prova de Matemática

Prova Modelo

10 Páginas

Duração da Prova: 90 minutos. Tolerância: 30 minutos.

Professor Vigilante

Nome: _____

Classificação _____ **Professor Classificador** _____

Instruções Gerais

- **A prova está cotada para um total de 200 (duzentos) pontos.**
- **Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.**
- **Não é permitido o uso de calculadora gráfica.**
- **Para cada resposta, identifique o grupo e o item.**
- **Apresente as suas respostas de forma legível.**
- **Apresente apenas uma resposta para cada item.**
- **A prova inclui um formulário.**
- **As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.**

Página em branco

FORMULÁRIO

GEOMETRIA

ÁREAS

PARALELOGRAMO: $Base \times Altura$

LOSANGO: $\frac{Diagonal\ maior \times Diagonal\ menor}{2}$

TRAPÉZIO: $\frac{Base\ maior + Base\ menor}{2} \times Altura$

VOLUMES

PRISMA E CILINDRO: $Área\ da\ Base \times Altura$

PIRÂMIDE E CONE: $\frac{Área\ da\ base \times Altura}{3}$

ESFERA: $\frac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera

ÁLGEBRA

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

TRIGONOMETRIA

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\operatorname{tg}(x) = \frac{\sin x}{\cos x}$$

Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, seleccione a única opção correta.
Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.
Não apresente cálculos, nem justificações.

1. Considere o seguinte conjunto de dados ordenados por ordem crescente.

1 2 2 3 4 k 5 6

Sabe-se que o 3º quartil é 4,5.

Pode afirmar-se que a moda é:

- (A) 2 (B) 2 e 5 (C) 6 (D) 2 e 4

2. Qual dos intervalos indica os valores que x pode tomar, de modo que a expressão:

$$3 - \frac{2(x-3)}{5},$$

represente um nº pertencente ao intervalo $[-1;2[$?

- (A) $] -0,5;7]$ (B) $]5,5;13]$ (C) $[5,5;13[$ (D) $\{\}$

3. Considere a expressão: $36 - \left(\frac{1}{2}x - 3\right)^2$.

A qual das seguintes expressões é equivalente?

- (A) $(6 - x)(6 + x)$ (B) $\left(9 - \frac{1}{2}x\right)\left(3 + \frac{1}{2}x\right)$
(C) $(18 - x)(6 + x)$ (D) $\left(3 - \frac{1}{2}x\right)\left(3 + \frac{1}{2}x\right)$

4. O conjunto solução de $2^{x^2+2x} = 2^{-1}$ é:

- (A) {1} (B) {-1} (C) {-1,1} (D) {}

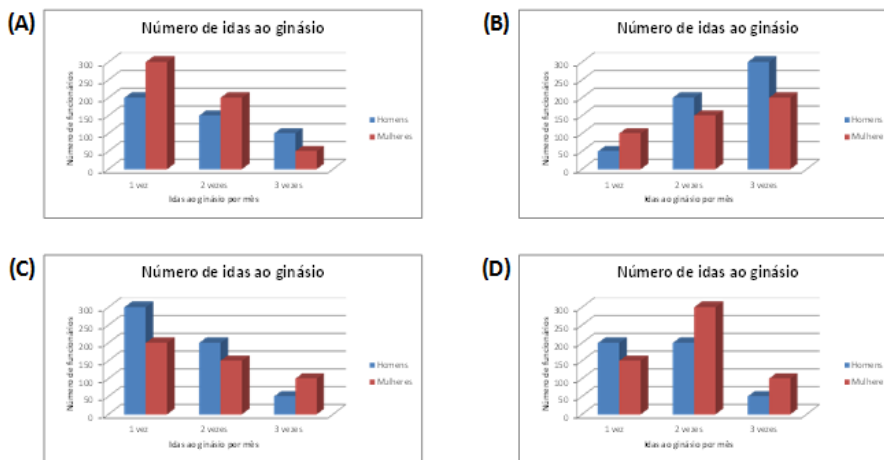
5. Sabendo que $x \in \left[\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{3}\right]$, indique o intervalo que representa o conjunto solução da expressão $2 \sin(2x)$.

- (A) $[\sqrt{2}, \sqrt{3}]$ (B) $[-2, 2]$ (C) $[\sqrt{2}, 2]$ (D) $[\sqrt{2}, \sqrt{3}[$

6. Numa empresa com 1000 funcionários, fez-se um estudo sobre o número de vezes que, em média, as mulheres e os homens iam ao ginásio por mês.

		Número de idas ao ginásio por mês		
		1 vez	2 vezes	3 vezes
Homens	200	200	50	
Mulheres	150	300	100	

Qual dos seguintes gráficos representa os dados da tabela?



7. Sabendo que as condições seguintes são possíveis, em \mathbb{R} .

$$\sin x = \frac{1+k}{2} \wedge \cos x = \frac{k-1}{2}$$

Indique qual o conjunto dos valores possíveis de k .

- (A) {} (B) {-2,2} (C) {1} (D) {-1,1}

8. O sistema seguinte $\begin{cases} x - \frac{1+y}{2} = 3 \\ 2x + 3y = -1 \end{cases}$, tem como solução:

- (A) $(\frac{5}{2}, 2)$ (B) $(\frac{5}{2}, -2)$ (C) $(\frac{11}{2}, -4)$ (D) $(-2, \frac{5}{2})$

Grupo II

Na resposta aos itens deste grupo, apresente todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

Quando não é pedida a aproximação para um resultado, apresente sempre o valor exato.

1. Na figura seguinte, está representada, num referencial cartesiano, a reta r . Tal como a figura sugere, A e B são pontos dos eixos coordenados Ox e Oy , respectivamente.

Considere que um ponto P se desloca ao longo do segmento de reta $[AB]$, nunca coincidindo com o ponto A nem com o ponto B .

A cada posição do ponto P corresponde um rectângulo em que uma das diagonais é o segmento de reta $[OP]$ e em que um dos lados está contido no eixo Ox .

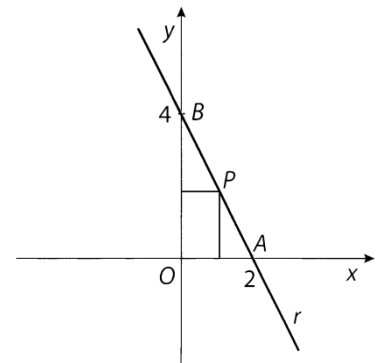
Seja x a abcissa do ponto P ($x \in]0,2[$).

1.1 Mostre que a área do rectângulo é dada, em função de x , por:

$$A(x) = -2x^2 + 4x$$

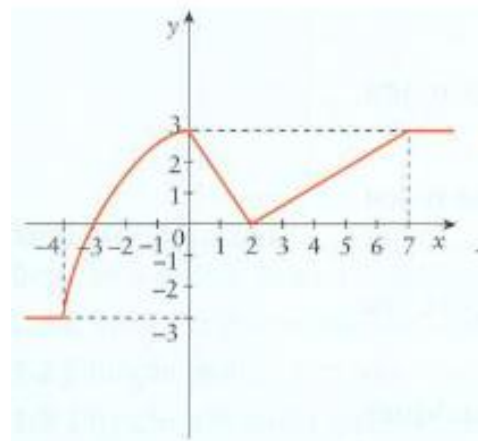
1.2 Determine o valor de x para o qual a área do retângulo é 2.

1.3 Calcule a área máxima do retângulo.



Para a função representada graficamente, indique:

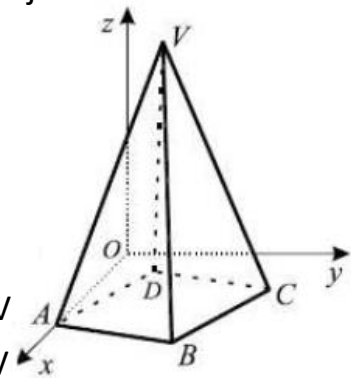
- 1.4 O domínio e o contradomínio;
- 1.5 Os zeros e os intervalos onde é positiva e negativa;
- 1.6 Os extremos relativos e os intervalos de monotonia.



2. Na figura, está representada, num referencial o.n. $Oxyz$, uma pirâmide quadrangular regular $[ABCDV]$ cuja base está contida no plano xOy .

Sabe-se que:

- O ponto A pertence ao eixo Ox
- O ponto B tem coordenadas $(5,3,0)$
- O ponto V pertence ao plano de equação $z = 6$
- $6x + 18y - 5z = 24$ é uma equação do plano ADV
- $18x - 6y + 5z = 72$ é uma equação do plano ABV



2.1 Determine o volume da pirâmide.

2.2 Determine as coordenadas do ponto V.

2.3 Seja S o ponto de coordenadas $(-1, -15, 5)$. Seja r a reta que contém o ponto S e é perpendicular ao plano ADV. Averigüe se a reta r contém o ponto B.

2.4 Escreva uma condição cartesiana que defina uma superfície esférica de centro V à qual pertence o ponto A.

(adaptado do teste Intermédio Janeiro 2010)

3. Considere o triângulo $[ABC]$, retângulo em B, e seja $A(\theta) = \frac{4 \sin \theta}{\cos \theta - \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right)}$.

Sabe-se que $\overline{AB} = 2$ e $\theta = \widehat{BAC}$.

3.1 Mostre que $A(\theta)$ representa a área do triângulo $[ABC]$ para $\theta \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$.

3.2 Determine o valor de θ para o qual a área do triângulo $[ABC]$ é $2\sqrt{3}$.

4. Considere as funções reais de variável real g e h , definidas por:

$$g(x) = \frac{x^2-1}{8-x} \text{ e } h(x) = \frac{x^3-x^2-14x+24}{x^2-4}$$

4.1 Indique os seus domínios.

4.2 Simplifique a expressão da função $h(x)$.

4.3 Determine as soluções naturais da condição $g(x) > \frac{1}{x}$.

FIM

COTAÇÕES

Grupo I

1 a 8 (8 x 5 pontos).....40 pontos

Grupo II

1.		
	1.1	15 pontos
	1.2	05 pontos
	1.3	10 pontos
2.		
	2.1	10 pontos
	2.2	10 pontos
	2.3	10 pontos
3.		
	3.1	10 pontos
	3.2	10 pontos
	3.3	10 pontos
	3.4	10 pontos
4.		
	4.1	15 pontos
	4.2	10 pontos
5.		
	5.1	05 pontos
	5.2	15 pontos
	5.3	15 pontos
Total	200 pontos